Ramos, A.B. y Font, V. (2006). Contesto e contestualizzazione nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica. Una prospettiva ontosemiotica. *La Matematica e la sua didattica,* Anno 20, n. 4, 535-556.

Contexto y contextualización en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Una perspectiva ontosemiótica

Ana Beatriz Ramos,
Universidad de Carabobo, Venezuela

y

Vicenç Font

Universitat de Barcelona, España

Resumen: *En este trabajo utilizamos algunas herramientas teóricas del enfoque ontosemiótico de la cognición matemática para reflexionar sobre dos usos del término "contexto". Uno consiste en considerar el contexto como un ejemplo particular de un objeto matemático, mientras que el otro consiste en considerar el entorno.*

Abstract: *In this study we use some theoretical tools from the ontosemiotic approach to mathematical cognition in order to reflect on two uses of the term "context". One considers the context as a particular example of a mathematical object, while the other considers the environment*

Sunto: *In questo lavoro utilizziamo alcune strumentazioni teoriche dell'impostazione ontosemiotica della cognizione matematica per riflettere su due usi del termine "contesto". Uno consiste nel considerare il contesto come un esempio particolare di un oggetto matematico, mentre l'altro consiste nel considerare l'àmbito cui ci si riferisce.*

1 INTRODUCCIÓN

En diferentes trabajos, Godino y colaboradores (Godino y Batanero, 1994; Godino, 2002; Contreras, Font, Luque y Ordóñez, 2005; Font y Ramos, 2005; Godino, Batanero y Roa, 2005; Font, Godino y D'Amore, en revisión;; D'Amore y Godino, 2006; Godino, Contreras y Font, en prensa;) han desarrollado un conjunto de nociones teóricas que configuran un enfoque ontológico y semiótico de la cognición e instrucción matemática. Para referirnos a esa manera de enfocar la investigación en didáctica de las matemáticas utilizaremos la expresión "enfoque ontosemiótico" (EOS)[1]. Se trata de un punto de vista pragmático, semiótico y antropológico que puede explicar muchos de los fenómenos que se producen en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

En este trabajo utilizamos algunas herramientas teóricas del enfoque ontosemiótico de la cognición matemática para reflexionar sobre el constructo "contexto". ¿Por qué este interés en analizar el "contexto" desde una perspectiva ontosemiótica? Las razones que se pueden dar son muchas y muy variadas. Nos limitaremos a dar dos. Una tiene que ver con un interés de tipo teórico que va mucho más allá del EOS — e incluso de la Didáctica de la Matemática — y otra tiene que ver con la "oportunidad" del momento.

La primera está relacionada con la importancia que se le da al contexto en los intentos para relacionar lo que los psicólogos han aprendido sobre el modo en que los humanos razonan, sienten, recuerdan, imaginan y deciden con lo que, por su parte, han aprendido los antropólogos sobre la manera en que el significado es construido, aprendido, activado y

[1] En algunas publicaciones el EOS se designa como Teoría de las Funciones Semióticas (TFS), al considerar que la "función semiótica" es un constructo clave de dicho enfoque.

transformado. En palabras del antropólogo Geertz, este intento de relación *"(...) supone el abandono de la idea de que el cerebro del Homo sapiens es capaz de funcionar autónomamente, que puede operar con efectividad, o que puede operar sin más, como un sistema conducido endógenamente y que funciona con independencia del contexto."* (Geertz, 2002, p. 194).

La segunda tiene que ver con la importancia que se da, en estos momentos, en los estudios internacionales de evaluación del sistema educativo, por ejemplo el estudio Pisa 2003 (OCDE 2004), a la competencia de los alumnos para aplicar las matemáticas escolares a los contextos extra matemáticos de la vida real.

El artículo que presentamos tiene la siguiente estructura:

- En la sección 1 se hace una introducción y se explica el objetivo del artículo.
- En la sección 2 se analiza la literatura generada por la investigación didáctica sobre los problemas de contexto extra matemático.
- En la sección 3 se presentan algunos constructos del enfoque ontosemiótico de la cognición matemática.
- En la sección 4 se reflexiona sobre el "contexto" desde una perspectiva ontosemiótica.

2 LOS CONTEXTOS EXTRA-MATEMÁTICOS EN LA INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Para las situaciones extra matemáticas que contextualizan un objeto matemático se han propuesto diferentes nombres y clasificaciones. "Problemas contextualizados" (el nombre que vamos a utilizar en este trabajo), "problemas del mundo real" "problemas relacionados con el trabajo", "problemas situados" son sólo algunos de los diferentes nombres que se da a las tareas escolares que simulan situaciones del mundo real. D'Amore (1993), en una investigación sobre los problemas propuestos en la escuela primaria y secundaria, les llama "problemas ficticios".

La investigación sobre los problemas contextualizados extra matemáticos se ha realizado atendiendo a diferentes objetivos y metodologías (conocimiento situado, etnomatemáticas, teoría de la actividad, etc.). Por una parte, hay que destacar las investigaciones cuyo objetivo ha sido comprender mejor cómo las personas solucionan los problemas en su lugar de trabajo. Estas investigaciones, de tipo socio-cultural, no se han preocupado directamente por comparar la resolución de problemas en el lugar de trabajo con la resolución de problemas contextualizados en las instituciones escolares (Scribner, 1984 y 1986; Lave, 1988; Pozzi, Noss y Hoyles, 1998). En cambio, otras investigaciones se han interesado en comparar y contrastar el diferente uso que hacen las personas de las matemáticas en la escuela y en el trabajo (Reed y Lave, 1981; Nunes, Schliemann y Carraher, 1993; Jurdak y Shahin, 1999; Jurdak y Shahin, 2001, Díez 2004).

Estas investigaciones muestran, con ejemplos concretos, que hay una brecha importante entre las matemáticas que se explican en la escuela y las que las personas hacen servir en su vida cotidiana. Para Díez (2004) la existencia de esta brecha es uno de los motivos que explican las actitudes negativas que muchas personas desarrollan hacia las matemáticas (D'Amore, Fandiño Pinilla, 2001).

En general, los estudios citados anteriormente han puesto de manifiesto que las matemáticas informales e idiosincrásicas son las dominantes en la resolución de problemas en la vida cotidiana y en el mundo laboral, mientras que las matemáticas más formales son las que predominan en la escuela. Algunos de estos estudios han puesto de manifiesto que las personas que fracasan en situaciones matemáticas escolares, pueden ser extraordinariamente competentes en actividades de la vida diaria que implican el uso del mismo contenido matemático (Lave 1988 y Scribner 1984). En situaciones de la vida real en las que las personas se sienten implicadas se ha observado que éstas utilizan matemáticas "propias" que pueden ser muy diferentes a las que estudiaron en la escuela. En estas situaciones el problema y la solución se generan simultáneamente y la persona está implicada cognitiva, emocional y socialmente.

Estos fenómenos ponen de manifiesto que los conocimientos se construyen usándolos en contextos reales. En la vida diaria los problemas son concretos y sólo se pueden resolver si las personas los consideran como problemas a resolver. También plantean un problema teórico para la investigación en Didáctica de las Matemáticas: el problema de la transferencia del conocimiento usado o generado en un contexto a otro contexto diferente y más en concreto, el problema de la transferencia del conocimiento aprendido en la escuela a las situaciones prácticas de la vida cotidiana y viceversa (Civil 1992, Evans 1998; González, Andrade y Carson, 2001; Díez 2004).

Las referencias citadas anteriormente no pretenden ser una revisión exhaustiva de la literatura sobre la contextualización. En este trabajo nos interesan, sobre todo, las investigaciones que se han preocupado por la introducción de los problemas contextualizados en el currículum. Entre éstas destaca el proyecto desarrollado en el instituto Freudenthal “Realistic Mathematics Education” (Gravemeijer, 1994; De Lange, 1996). Este enfoque de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas concibe la actividad matemática como una actividad humana más, por lo cual se considera que “saber matemáticas” es “hacer matemáticas”, lo cual comporta, entre otros aspectos, la resolución de problemas de la vida cotidiana. Uno de sus principios básicos afirma que para conseguir una actividad matemática significativa hay que partir de la experiencia real de los estudiantes (Freudenthal, 1983). Otros principios importantes son que hay que dar al estudiante la oportunidad de reinventar los conceptos matemáticos y que el proceso de enseñanza-aprendizaje debe ser muy interactivo. Según De Lange (1996), básicamente se dan cuatro razones para integrar los problemas contextualizados en el currículum: a) facilitan el aprendizaje de las matemáticas, b) desarrollan las competencias de los ciudadanos, c) desarrollan las competencias y actitudes generales asociadas a la resolución de problemas y d) permiten ver a los estudiantes la utilidad de las matemáticas para resolver tanto situaciones de otras áreas como situaciones de la vida cotidiana.

Para finalizar esta breve revisión queremos destacar también las evaluaciones internacionales sobre la competencia de los alumnos para aplicar las matemáticas a situaciones de la vida cotidiana (informe Pisa 2003).

3 ALGUNAS HERRAMIENTAS TEÓRICAS PROPUESTAS POR EL EOS

En esta sección vamos a introducir algunas herramientas del enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. En concreto, vamos a comentar los siguientes constructos: configuración epistémica y criterios de idoneidad de un proceso de instrucción. Dichos constructos se van a utilizar en la sección 4 para reflexionar sobre el “contexto”.

3.1 Configuración epistémica

En el currículum de algunos países los tipos de “objetos matemáticos” que se consideran son sólo dos: conceptos y procedimientos. Se trata de una “ontología” demasiado simplista para analizar los objetos matemáticos que componen un texto matemático, y en general la actividad matemática sea profesional o escolar. En el EOS, se considera necesario contemplar una ontología más amplia formada por los siguientes elementos: 1) lenguaje, 2) situaciones-problema 3) conceptos, 4) procedimientos, técnicas,…, 5) proposiciones, propiedades, teoremas, etc. y 6) argumentaciones. Estos seis tipos de objetos se articulan formando *configuraciones epistémicas* (Figura 1) cuyo análisis nos informa de la “anatomía de un texto matemático”[2].

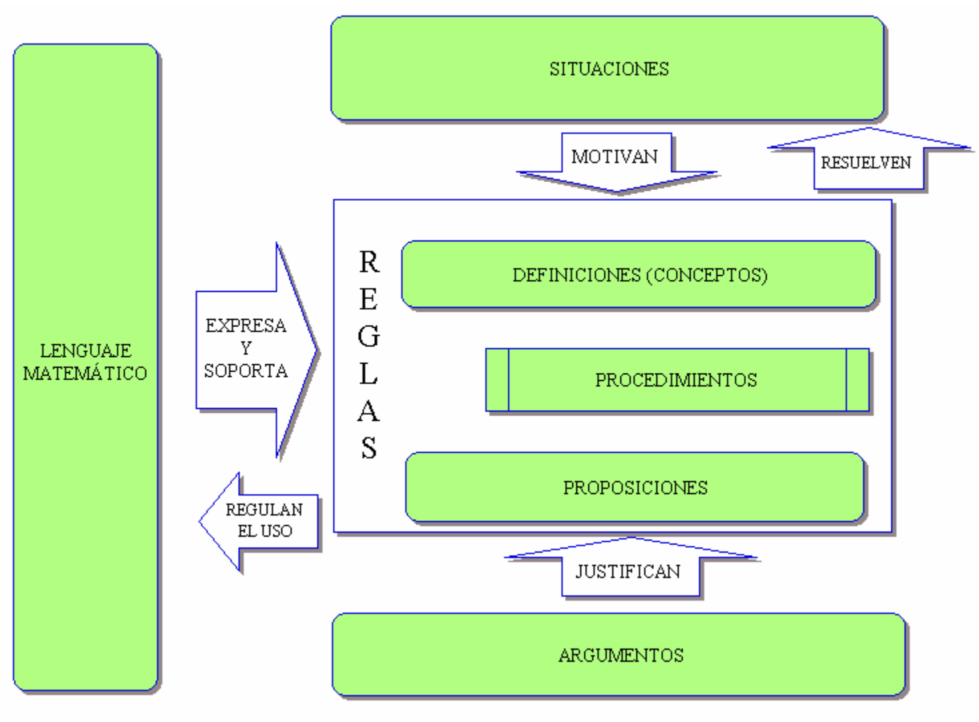

Fig 1. Componentes y relaciones en una configuración epistémica

En este trabajo nos proponemos mostrar que este constructo puede ser una herramienta teórica útil para describir el “contexto” de los textos matemáticos.

3.2 Criterios de idoneidad de un proceso de instrucción.

En el EOS (Godino, Contreras y Font, en prensa) se considera que la idoneidad global de un proceso de estudio se debe valorar teniendo en cuenta los cinco criterios de idoneidad siguientes:

- *Idoneidad epistémica* se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o previstos), respecto de unos significados de referencia.
- *Idoneidad cognitiva* expresa el grado de proximidad de los significados implementados con respecto a los significados personales iniciales de los estudiantes, o de manera equivalente la medida en que el "material de aprendizaje" esté en la zona de desarrollo potencial de los alumnos.
- *Idoneidad semiótica* tiene en cuenta los conflictos semióticos potenciales y su resolución mediante la negociación de significados.

[2] Si además de la “estructura” interesa analizar su “funcionamiento” con alumnos son necesarias otras herramientas teóricas que no se comentan en este trabajo.

- *Idoneidad mediacional,* grado de disponibilidad de los recursos materiales y (sobre todo) temporales necesarios para el desarrollo del proceso de estudio.
- *Idoneidad emocional,* grado de implicación (interés, motivación) de los alumnos en el proceso de estudio. La idoneidad emocional está relacionada tanto con factores que dependen de la institución como con factores que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa.

El término semiótico se utiliza de manera amplia (todo lo relacionado con la comprensión), mientras que los términos cognitivo y mediacional se utilizan de manera restrictiva. El término cognitivo se utiliza cuando intervienen los conocimientos previos y el mediacional para referirse a los medios temporales (sobre todo) y a los recursos materiales.

En este trabajo nos proponemos mostrar la importancia que tiene considerar dichos criterios cuando se propone una enseñanza "contextualizada" de los objetos matemáticos.

4 UNA APROXIMACIÓN ONTESEMIÓTICA AL "CONTEXTO"

1. Dos usos del término contexto

Con relación al término contexto, hay básicamente dos usos. Uno consiste en considerar el contexto como un ejemplo particular de un objeto matemático, mientras que el otro consiste en enmarcarlo en el entorno. En el primer caso, se trata de ver que la situación problema cae dentro del campo de aplicación de un objeto matemático. En el segundo caso, se trata de un "uso" que vamos a llamar, metafóricamente, "ecológico". Este uso ecológico queda claro cuando se dice, por ejemplo, que el contexto del gorila es la selva. Ahora bien, puesto que el contexto del gorila también puede ser el zoológico, podemos entender que hay un uso ecológico del término contexto que permite situar el objeto matemático en diferentes "lugares", por ejemplo, diferentes instituciones (universidad, secundaria, etc.). Estos "lugares" no tienen porque ser sólo instituciones, pueden ser también, por ejemplo, diferentes programas de investigación o diferentes "juegos del lenguaje". Ahora bien, la idea que interesa del uso ecológico del término contexto es que da a entender que hay diferentes "lugares" en los que se puede situar el objeto matemático. Desde la perspectiva "ecológica", ante el enunciado de un problema o, más en general de un texto matemático, se trataría de responder a preguntas del tipo ¿En qué "lugar" se halla"? ¿Qué tiene a su alrededor? ¿Dónde "vive"? ¿Con qué otros objetos matemáticos se relaciona?, ¿En qué institución se utiliza? etc.

2 El uso "ecológico" del término contexto

A continuación tenemos dos textos en los que el lector puede reconocer el objeto matemático "función":

Texto 1.

> Se considera la función R → R dada por $x \rightarrow 1/(x^2 + 6)$ ¿Es una función real de variable real? En caso afirmativo, halla su dominio de definición (es decir, su máximo dominio).

Texto 2

> Debemos cambiar los cristales de unas ventanas cuadradas. El precio del cristal es de 0,5 euros por cada decímetro cuadrado. Elabora una tabla de valores, dibuja una gráfica y determina una fórmula que permita calcular directamente el coste para cada longitud del lado de la ventana

El contexto (entendido en términos ecológicos) del primer texto es una configuración epistémica de tipo formalista que tiene la siguiente estructura (Figura 2):

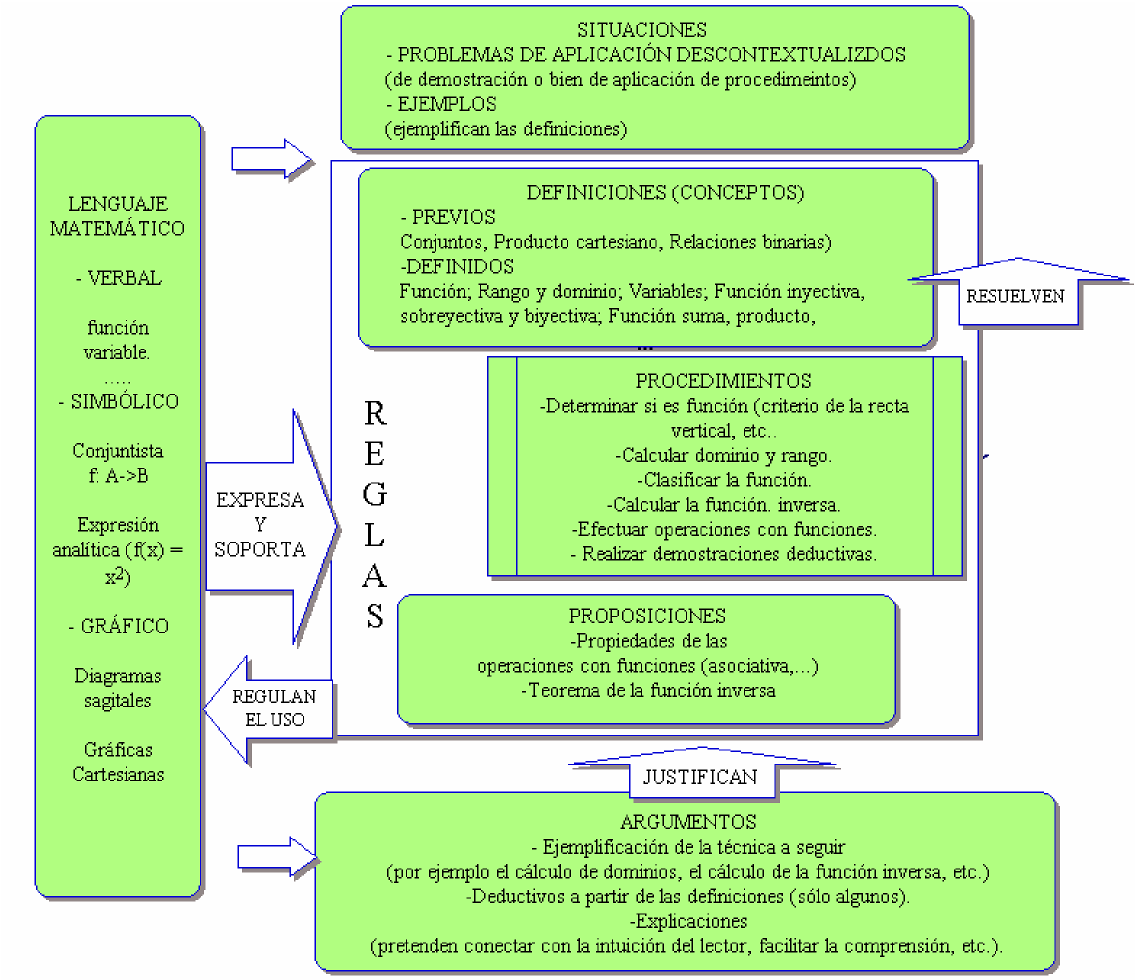

Fig 2. Configuración epistémica formalista de las funciones en secundaria[3]

En cambio, el segundo texto tiene como contexto una configuración epistémica empirista (realista, intuitiva, etc.) del siguiente tipo:

[3] Para más detalles consultar Ramos (2006) y Font y Godino (en revisión)

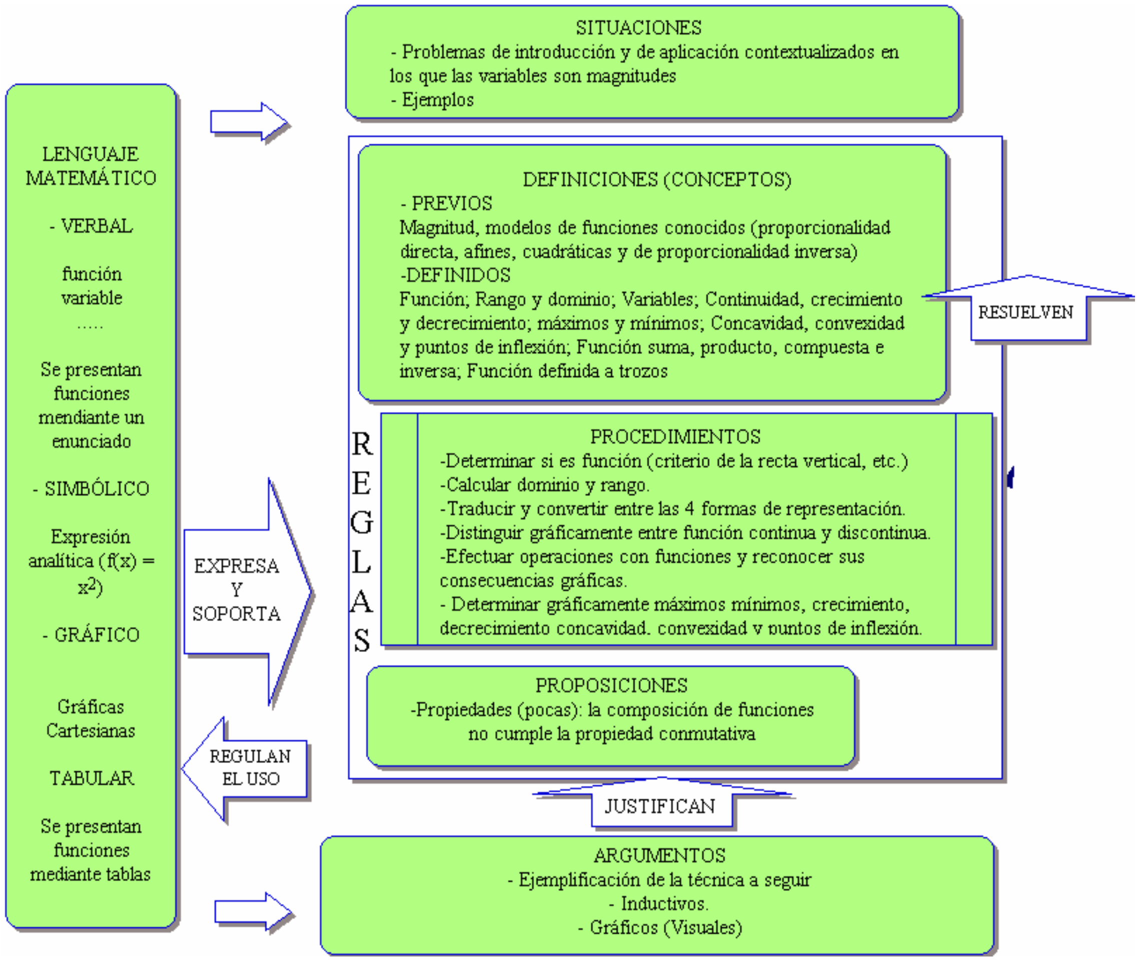

Fig 3. Configuración epistémica empírica de las funciones en secundaria[4]

En los dos textos el lector podrá reconocer una situación problema que se puede considerar como un "caso particular" del objeto matemático "función". Es decir se activa la dualidad extensivo-intensivo (particular / general; concreto / abstracto; ejemplar / tipo) y se considera que la situación problema cae dentro del campo de aplicación de un objeto matemático.

Ahora bien, puesto que cada problema se enmarca dentro de una configuración epistémica diferente se puede entender, de manera metafórica, que la situación-problema "sitúa" el objeto en un "lugar" o en "otro" — es decir, lo relaciona con un determinado tipo de lenguaje, un determinado tipo de procedimientos y técnicas, un tipo de argumentaciones, una determinada definición del objeto y unas determinadas propiedades — . Desde esta perspectiva, cada situación problema sitúa al objeto en un determinado "nicho". De esta manera, se tiene que la situación problema cumple dos funciones, una de referencia particular al activar la dualidad extensivo-intensivo y otra, de tipo "ecológico", al situar el objeto matemático en un "nicho" o bien en otro.

El hecho de contemplar la situación problema en el marco de la configuración epistémica asociada permite relacionar las dos maneras de entender el término "contexto": (1) como caso particular de un objeto matemático y (2) como entorno del objeto y entender que, de hecho, las dos actúan simultáneamente.

[4] Para más detalles consultar Ramos (2006) y Font y Godino (en prensa)

A continuación vamos a centrarnos básicamente en la relación entre lo extensivo y lo intensivo —entre lo concreto y lo abstracto o entre el ejemplar y el tipo —, que, en nuestra opinión, es una relación básica en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

3 La relación extensivo-intensivo (A es B) cuando A se considera una situación problema extra-matemática.

Las configuraciones contextualizadas empiristas como la descrita anteriormente (figura 3) dan un papel preponderante a las situaciones problemas contextualizadas (extra matemáticas) y están claramente enfocadas a la emergencia de nuevos objetos matemáticos. Estas configuraciones empíricas (contextualizadas, realistas, intuitivas, etc.,…) presuponen una cierta concepción empírica de las matemáticas. Es decir, una concepción que considera que las matemáticas son (o se pueden enseñar como) generalizaciones de la experiencia; una concepción de las matemáticas que supone que, al aprender matemáticas, recurrimos a nuestro bagaje de experiencias sobre el comportamiento de los objetos materiales.

Vamos a considerar, como contexto inicial de reflexión, el siguiente diálogo entre dos profesores venezolanos que nunca han utilizado un enfoque contextualizado en la enseñanza de las funciones:

> **Profesor 1**: *Pero para que el muchacho llegue del problema a la fórmula. Nosotros consideramos que, sin la ecuación general, sin darle la ecuación general, él no va a llegar, o sea, si nosotros no le damos esa ecuación general, ellos no lo van ha hacer, no van a llegar.*
>
> **Profesor 2**: *Si tu le suministras un material previo, y ese material previo es de alta calidad, es un material que conduce al alumno por el camino que tú sabes, que es importante.*

En este diálogo se observa que los profesores, que están acostumbrados a introducir los objetos matemáticos a partir de su definición, no tienen claro cómo hacerlo a partir de contextos extra matemáticos. Ahora bien, las dudas que manifiestan están relacionadas con uno de los dilemas que plantea el uso de la contextualización extra matemática para conseguir la construcción de los objetos matemáticos. A saber, los problemas contextualizados que se les presentan a los alumnos, una vez resueltos, permiten obtener casos particulares, por ejemplo, del objeto matemático "función afín" (por ejemplo, $y = 2x+3$), pero no el objeto matemático "función afín" ($y = ax+ b$). La cuestión planteada, de manera implícita, por estos dos profesores es la siguiente: después de resolver un problema contextualizado hemos pasado de una situación extra matemática a un extensivo (caso particular, ejemplar) de un objeto matemático, pero queda pendiente el problema de saber cómo este extensivo se puede considerar un caso particular de un objeto matemático OM, si OM todavía no se conoce.

En nuestra opinión, para abordar este problema es necesario entender los procesos de descontextualización a partir de contextos extra matemáticos en términos de la siguiente quíntupla:

(S, R , S', la relación extensivo-intensivo "es", OM)

Se parte de una situación de contexto extra matemático S, que podemos poner en relación (R) con la situación S', la cual, a su vez, se considera como un caso particular del objeto matemático OM.

En muchos libros de texto que utilizan el enfoque contextualizado para construir un nuevo objeto matemático, se puede observar claramente las dos relaciones (R y "es"). Por ejemplo, en la secuencia didáctica siguiente — de un libro de tercero de la Enseñanza Secundaria

Obligatoria del estado español (15 años) ampliamente utilizado — cuyo objetivo es "construir" el objeto "función afín" se observa que los problemas 13, 14 y 15 tienen por objetivo pasar de la situación S a la S' mediante una conversión de representaciones, mientras que el problema 16 tiene por objetivo construir el objeto matemático OM (en este caso la función afín expresada por y= *ax*+*b*).

2 Función afín

En las actividades anteriores has trabajado la relación entre magnitudes directamente proporcionales. La representación gráfica de esta relación es una recta que pasa por el origen de coordenadas. A continuación trabajarás situaciones en las que la gráfica es una recta que no pasa necesariamente por el origen de coordenadas, y analizaras las consecuencias que de ello se derivan.

Actividades

13) Un coche recién estrenado tiene un cuentakilómetros que marca 15 km. Imagina que circula por la autopista a una velocidad constante de 110 km/h.

a) ¿Cuánto marcará el cuentakilómetros al cabo de una hora?¿Y al cabo de dos?

b) Completa la tabla siguiente:

Tiempo (horas)	0	1	1,5	2	2,5	3
Cuentakilómetros (km)	15	125				

c) Representa gráficamente la tabla anterior

d) Halla la fórmula que te permite conocer el espacio recorrido si se sabe el tiempo transcurrido

14) Un problema parecido al anterior sobre una empresa de transporte que cobra una tarifa fija de 12 euros y que por cada kilogramo de peso del paquete transportado cobra 4 euros.

15) Un problema parecido a los dos anteriores sobre un cine que tiene unos gastos diarios de mantenimiento de 250 euros y que vende cada entrada a 5 euros.

16) a) Compara las gráficas de los tres problemas anteriores. ¿Qué tienen en común y en qué se diferencian?

b) Compara las fórmulas de estos problemas y contesta cuál de las "fórmulas tipo" siguientes se corresponde con las fórmulas anteriores:

$y = ax^2$ $\quad$ $y=ax$ $\quad$ $y=ax+b$ $\quad$ $y = a/x + b$

La relación R, que permite relacionar S con S', puede ser de muchos tipos diferentes. Ahora bien, en todos los casos se suele terminar considerando R como una relación de representación, entendida ésta en términos de instrumento de conocimiento. Por otra parte, S' se considera un caso particular de un objeto matemático más general (S´ es OM).

4 Una propuesta de clasificación de los problemas contextualizados

En la literatura que afronta la problemática de la incorporación de los problemas contextualizados en el currículum escolar, se suele distinguir entre problemas escolares descontextualizados, problemas escolares contextualizados y problemas reales. Las dos últimas categorías se matizan mejor con la clasificación propuesta en Martínez (2003). Este autor distingue los siguientes tipos de contextos: a) Contexto real: refiere a la práctica real de las matemáticas, al entorno sociocultural donde esta práctica tiene lugar. b) Contexto simulado: tiene su origen o fuente en el contexto real, es una representación del contexto real y reproduce una parte de sus características (por ejemplo, cuando los alumnos simulan situaciones de compra-venta en un “rincón” de la clase. c) Contexto evocado: refiere a las situaciones o problemas matemáticos propuestos por el profesor en el aula, y que permite imaginar un marco o situación donde se da este hecho (por ejemplo las actividades 13, 14 y 15 de la secuencia de actividades del apartado anterior). Por tanto, en nuestra reflexión hemos distinguido los siguientes tipos de problemas: a) problemas escolares no contextualizados (es decir, de contexto matemático), b) problemas de contexto evocado, c) problemas de contexto simulado y d) problemas reales.

Los problemas que más han interesado a la investigación didáctica han sido fundamentalmente los problemas de contexto evocado. Con relación a este tipo de problemas, conviene hacer una primera clasificación en función de la complejidad de los procesos necesarios para su resolución. En un extremo tendríamos problemas contextualizados que se han diseñado para activar procesos complejos de modelización, mientras que en el otro extremo tendríamos problemas relativamente sencillos cuyo objetivo es la aplicación de los conceptos matemáticos previamente estudiados. Entre estos dos extremos hay una línea continua en la que podemos situar a la mayoría de los problemas contextualizados propuestos en el ámbito escolar. Además, un mismo problema puede estar más o menos cerca de uno de dichos extremos en función del momento en que sea propuesto a los alumnos.

Otra clasificación que conviene tener presente está relacionada con el momento en que se propone a los alumnos los problemas contextualizados (D’Amore, Fandiño y Marazzani, 2003). Se pueden proponer a continuación de un proceso de instrucción en el que se han enseñado los objetos matemáticos necesarios para la resolución del problema. En este caso, el objetivo es que sirvan, por una parte, como problemas de consolidación de los conocimientos matemáticos adquiridos y, por otra parte, para que los alumnos vean las aplicaciones de las matemáticas al mundo real. A este tipo de problemas les llamaremos *problemas contextualizados evocados de aplicación* si son relativamente sencillos o *problemas contextualizados evocados de consolidación* cuando su resolución resulte más compleja. En ambos casos, se trata fundamentalmente de aplicar los conocimientos adquiridos previamente en el proceso de instrucción.

También se pueden proponer los problemas contextualizados al inicio de un tema o unidad didáctica con el objetivo de que sirvan para la construcción de los objetos matemáticos que se van a estudiar en esta unidad didáctica. En este caso, no se trata tanto de aplicar conocimientos matemáticos acabados de estudiar, sino que el objetivo es presentar una situación del mundo real que el alumno puede resolver con sus conocimientos previos (matemáticos y no matemáticos). Llamaremos a esta nueva categoría *problemas de contexto evocado introductorios* puesto que se proponen al inicio de un tema matemático y se han diseñado para que queden dentro de la zona de desarrollo próximo (en términos de Vygotsky). Su principal objetivo es facilitar la construcción, por parte de los alumnos, de los conceptos matemáticos nuevos que se van estudiar en la unidad didáctica. A su vez, estos problemas pueden ser más o menos complejos en función de los procesos de modelización que se pretendan generar.

5 Aplicación de los criterios de idoneidad al uso de contextos

En el EOS se considera que la idoneidad de un proceso de instrucción se puede descomponer en cinco criterios de idoneidad. Un proceso de instrucción, si bien puede llegar a considerarse “idóneo” para alguno de dichos criterios, difícilmente lo será para cada uno de ellos.

Con relación a la introducción de un enfoque contextualizado en los procesos de instrucción, el criterio de idoneidad epistémico nos llevaría a la siguiente pregunta: ¿Saber matemáticas incluye la competencia para aplicar las matemáticas a situaciones extra matemáticas de la vida real?. Si la respuesta es que un proceso de instrucción que no asegure está competencia no se consideraría idóneo, se impone la siguiente pregunta: ¿Cómo conseguir que los alumnos sean competentes en la aplicación de las matemáticas a contextos no matemáticos?[5]. Para contestar a esta pregunta, además del criterio epistémico, hay que tener en cuenta los otros cuatro criterios. Es decir hay que descomponer la pregunta anterior en subpreguntas en las que intervienen los otros criterios de idoneidad. Preguntas como: a) ¿El uso de contextos en el proceso de enseñanza-aprendizaje facilita o dificulta la comprensión de los alumnos? (criterio semiótico), b) ¿El uso de contextos matemáticos sirve para motivar (frustrar) a los alumnos? (criterio emocional), c) ¿Qué papel juegan los conocimientos previos de los contextos que tienen los alumnos? (criterio cognitivo), e) ¿La enseñanza con el enfoque contextualizado consume más tiempo que la enseñanza descontextualizada? (criterio mediacional), etc.

En Font y Ramos (2005) se documenta como los profesores organizan su discurso alrededor de estos cinco criterios cuando tienen que valorar la idoneidad de la incorporación de un enfoque contextualizado al proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones.

6 La aplicación del criterio de idoneidad epistémico

El uso implícito de los criterios de idoneidad se puede observar en la discusión que se ha producido en la comunidad de investigadores en educación matemática sobre lo que se debe entender por *alfabetización matemática de los ciudadanos*[6]. Si bien las opiniones sobre lo que se debe entender por alfabetización matemática difieren en muchos aspectos, hay casi unanimidad en que ésta ha de facilitar a los ciudadanos el desarrollo de un conjunto de conocimientos, habilidades, estrategias y actitudes que les permitan resolver las situaciones matemáticas que plantea la vida cotidiana. Es decir, hay un acuerdo en aplicar el criterio de idoneidad epistémico a los procesos de instrucción en la enseñanza obligatoria ya que se considera que "saber matemáticas incluye la competencia para aplicar las matemáticas a situaciones extra matemáticas de la vida real". Un proceso de instrucción que no asegure está competencia no se consideraría idóneo.

Tal como se ha dicho en el aparado anterior, si se considera que "saber" matemáticas implica saberlas aplicar a la resolución de contextos extra matemáticos hay que formularse la siguiente pregunta: ¿Cómo conseguir que los alumnos sean competentes en la aplicación de las matemáticas a contextos no matemáticos?. Para contestar a esta pregunta, además del criterio epistémico, hay que tener en cuenta los otros cuatro criterios. Ahora bien, se trata de una pregunta que no se puede responder sin tomar una posición (explícita o implícita) sobre "la construcción del significado". Si bien es posible encontrar muchas investigación en didáctica de las matemáticas que se han ocupado de la construcción del significado — basta consultar una revista como Educational Studies in Mathematics o las actas del PME para ver la gran cantidad de artículos dedicados a dicha construcción —, en nuestra opinión, y de acuerdo con importantes filósofos que se han ocupado del tema, con relación a la construcción del significado hay básicamente dos posiciones (Strawson 1983, Núñez y Font 1995; D'Amore, 2003): 1) la semántica, referencial o realista (Chomsky, Frege, el primer Wittgenstein, ... y 2) la pragmática (Grice, Austin, el segundo Wittgenstein,...)

[5] Sobre este tema, se puede consultar la distinción hecha en Fandiño Pinilla (2003) entre competencia en matemáticas (endógena) y competencia matemática (exógena).

[6] El tema de la alfabetización matemática ha sido motivo de debate en diferentes reuniones científicas (por ejemplo la CIEAEM del año 2001) y de estudio por diferentes organismos internacionales, Entre los cuales destacan los realizados por la OCDE (2000 y 2001). También son relevantes los trabajos del NCTM (1989). Algunos investigadores que se han interesado por el tema son, entre otros, Abrantes, 2001; Kilpatrick, 2001 y Noss, 2001.

El punto de vista semántico considera que el aspecto clave en la construcción del significado es la referencia, es decir los ejemplos del concepto. Desde esta perspectiva el problema de la contextualización más o menos sería el siguiente: 1) el profesor tiene que enseñar un objeto matemático descontextualizado y lo que tiene que hacer es buscar ejemplos concretos de dicho objeto, a ser posible situaciones reales, es decir tiene que contextualizar. A partir de estas situaciones y como resultado del proceso de enseñanza-aprendizaje el alumno ha de descontextualizar para construir el objeto matemático y posteriormente aplicar este objeto matemático a otros contextos (es decir ha de volver a contextualizar). Desde este punto de vista todos los ejemplos del concepto son iguales ya que se considera que los ejemplos del concepto forman una clase homogénea. Este punto de vista tiene dificultades para explicar, entre otras cosas, la falta de transferencia de un contexto a otro y los fenómenos del prototipo[7] —nos referimos a que las personas no suelen considerar los ejemplos de un concepto como una clase homogénea— .

El punto de vista pragmático de la construcción del significado considera que el elemento clave de la construcción de significado es el uso. Desde esta otra perspectiva, el significado se define en términos de prácticas. Ante la pregunta ¿cuál es el significado de un objeto matemático? La respuesta es que el significado es el sistema de prácticas en las que el objeto matemático en cuestión es un elemento determinante para la realización (o no) de la práctica (D'Amore, 2005).

Cuando se define el significado de un objeto matemático en términos de prácticas, tal como se propone en el enfoque ontosemiótico (Godino, 1994), es posible distinguir entre *sentido* y *significado***,** ya que el primero se entiende como un *significado parcial*. El significado de un objeto matemático, entendido como sistema de prácticas, se puede parcelar en diferentes clases de prácticas más específicas que son utilizadas en un determinado contexto. Cada contexto ayuda a generar sentido (permite generar un subconjunto de prácticas), pero no genera todos los sentidos.

Desde esta perspectiva, un criterio de idoneidad de una trayectoria didáctica para un objeto matemático es que el conjunto de prácticas implementadas en la institución sea un conjunto, lo más representativo posible, del sistema de prácticas que son el significado de referencia del objeto. Dicho en términos de contextos, hay que presentar a los alumnos una muestra de contextos lo más representativa posible, una muestra de contextos que permita diseñar en la institución un significado pretendido que incorpore los sentidos del objeto que se consideran más importantes en el significado de referencia.

REFERENCIAS

Abrantes, P. (2001), "Mathematical competence for all: options, implications and obstacles". *Educational Studies in Mathematics,* vol. 47, núm 2, pp. 125-143.

Civil, M. (1992), "Entering Students Households: Bridging the gap between out-of-school and in-school mathematics", en A. Weinzweigh y A. Cirulis (eds.), *Proceedings of the 44th International Meeting of ICSIMT* , Chicago, ICSIMT, pp. 90-109.

Contreras, A., Font, V., Luque, L. y Ordóñez, L. (2005), "Algunas aplicaciones de la teoría de las funciones semióticas a la didáctica del análisis infinitesimal", *Recherches en Didactique*

[7] La concepción clásica de que todos los ejemplares de un concepto tienen una serie de atributos comunes fue cuestionada por Wittgenstein (1953) al proponer que lo que une a esos ejemplares dentro de un mismo concepto es un cierto parecido familiar, un aire de familia. Esta idea fue desarrollada por Rosch (1978) en sus estudios sobre formación de conceptos naturales.

des Mathématiques, Vol. 25(2), pp. 151-186.

D'Amore B. (1993). *Problemi. Pedagogia e psicologia della matematica nell'attività di problem solving*. Milano: Angeli.

D'Amore B. (2003). *Basi filosofiche, pedagogiche, epistemologiche e concettuali della didattica della matematica*. Bologna: Pitagora. Prefazione di Guy Brousseau.

D'Amore B. (2005). Pratiche e metapratiche nell'attività matematica della classe intesa come società. Alcuni elementi rilevanti della didattica della matematica interpretati in chiave sociologica. *La matematica e la sua didattica.* 3, 325-336.

D'Amore B., Fandiño Pinilla MI. (2001). Matemática de la cotidianidad. *Paradigma*. (Maracay, Venezuela). XXII, 1, 59-72.

D'Amore, B., Fandiño, M.I. y Marazzani, I. (2003). "Ejercicios anticipados" y "Zona de desarrollo próximo": comportamiento estratégico y lenguaje comunicativo en actividad de resolución de problemas. *Epsilon*, núm. 57, pp. 357-378.

D'Amore B., Godino D. J. (2006). Punti di vista antropologico ed ontosemiotico in Didattica Della Matematica. *La matematica e la sua didattica*. 1, 7-36.

Díez, J. (2004), *L'ensenyament de les matemàtiques en l'educació de persones adultes. Un model dialògic*, tesis doctoral no publicada, Barcelona, Universitat de Barcelona.

Evans, J. (1998), "Problems of transfer of classroom mathematical knowledge to practical situations", en F. Seeger, J. Voigt y U. Waschescio, The Culture of the Mathematics Classroom, New York, Cambridge University Press, pp. 269-289.

Font, V y Ramos, A. B. (2005), Objetos personales matemáticos y didácticos del profesorado y cambio institucional. El caso de la contextualización de funciones en una facultad de ciencias económicas y sociales, *Revista de Educación*, núm. 338, pp. 309-346.

Font, V.y Godino, J. D. (en prensa). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores, *Educaçao Matematica Pesquisa.*

Font V., Godino D. J., D'Amore B. (2005). Ontosemiotic approach of representation in mathematics education. [en revision].

Font V., Godino J.D. y D'Amore, B. (en revisión). An ontosemiotic approach to representations in mathematics education. *For the Learnig of Mathematics.*

Freudenthal, H. (1983), *Didactical phenomenology of mathematical structures*, Dordrecht, Riedel-Kluwer A.P.

Geertz C. (2002), *Reflexiones antropológicas sobre temas filosóficos*, Barcelona, Paidós Studio.

Godino J. D. (2002), "Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática", *Recherches en Didactique des Mathématiques,* vol 22, núm 2/3, pp. 237-284.

Godino, J. D. y Batanero, C. (1994), "Significado institucional y personal de los objetos matemáticos", *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 14(3), pp. 325-355.

Godino, J. D., Batanero, C. and Roa, R. (en prensa), 'An onto-semiotic analysis of combinatorial problems and the solving processes by university students', *Educational Studies in Mathematics*.

Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (en prensa). "Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico- semiótico de la cognición matemática", *Recherches en Didactique des Mathématiques*.

González, N., Andrade, R. y Carson, C. (2001), "Creating links between home and school mathematics practices", en E. McIntyre, A. Rosebery y N. González (eds.), *Classroom diversity: Connecting curriculum to students' lives* , Portsmouth, NH: Heinemann, pp. 100-114.

Gravemeijer, K.P.E. (1994), *Developing Realistic Mathematics Education*. Utrecht: CD-ß. Press / Freudenthal Institute.

Jurdak, M. y Shahin I. (1999), "An ethnographic study of the computational strategies of a group of young street vendors in Beirut", *Educational Studies in Mathematics Education*, vol. 40, núm 2, pp. 155-172.

Jurdak, M. y Shahin I. (2001), "Problem solving activity in the workplace and the school: the case of constructing solids", *Educational Studies in Mathematics Education*, vol. 47, núm. 3, pp. 297-315.

Kilpatrick, J. (2001), "Understanding mathematical literacy: the contribution of research", *Educational Studies in Mathematics Education*, vol. 47, núm. 1, pp. 101-116.

Lange, J. de: (1996), "Using and applying mathematics in education", en Bishop et al, *International handbook of mathematics education*, Dordrecht, Kluwer A.P., pp. 49-97.

Lave, J. (1988), *Cognition in practice*. New York, Cambridge University.

Martínez, M. (2003), *Concepciones sobre la enseñanza de la resta: un estudio en el ámbito de la formación permanente del profesorado*, tesis doctoral no publicada, Barcelona, Universitat Autònoma de Barcelona.

NCTM. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school Mathematics.* Reston: VA. Autohors.

Noss, R. (2001), "For a learnable mathematics in the digital cultures", *Educational Studies in Mathematics Education*, vol. 48, núm. 1, pp. 21-46.

Nunes, T., Schliemann, A.D., y Carraher, D.W. (1993), *Street mathematics and school mathematics*, New York , Cambridge University Press.

Núñez, J.M. y Font, V. (1995). Aspectos ideológicos en la contextualización de las matemáticas. Una aproximación histórica. *Revista de Educación,* núm. 306, pp. 293-314.

OCDE (2000), *Literacy in the Information Age*, París, OECD.

OCDE (2001), *Knowledge and skills for life: first results from Pisa 2000: executive summary,* París, OCDE.

OCDE (2004), *Learning for Tomorrow's World – First Results from PISA 2003,* París, OCDE.

Pozzi, S., Noss, R., y Hoyles, C. (1998), "Tools in practice, mathematics in use", *Educational Studies in Mathematics Education*, vol. 36, núm. 2, pp. 105-122.

Ramos, A. B. (2006), Objetos personales matemáticos y didácticos del profesorado y cambios institucionales. El caso de la contextualización de las funciones en una facultad de ciencias económicas y sociales, *Tesis Doctoral*, Barcelona, Universitat de Barcelona.

Reed, H.J y Lave, J. (1981), “Arithmetic as a tool for investigating between culture and Cognition”, in R. Casson (eds.), *Language, Culture and Cognition: Anthropological perspectives*, new york, macmillan, pp.437-455.

Rosch, E. (1978), "Principles of Categorization", en E. Rosch y B. Lloyd (Eds), *Cognition and categorization*, Hillsdale, N.J., Lawrence Erlbaum, (pp. 27-48).

Scribner, S. (1984), “Studing working intelligence”, en J. Lave y B. Rogoff (eds.), *Evereday cognition: its development in social context*. Cambridge MA, Harvard University Press, pp. 9-40.

Scribner, S. (1986), “Thinking in action: Some characteristics of practical thought”, en R. Sternberg y R.Wagner (eds.), *Practical intelligence nature and origins of competence in the everyday world*, New York, Cambridge University Press, pp.13- 30.

Strawson, P. (1983), *Ensayos lógico-lingüísticos*, Madrid, Tecnos.

Wittgenstein, L. (1953), *Philosophical investigations.* N. York, Macmillan.