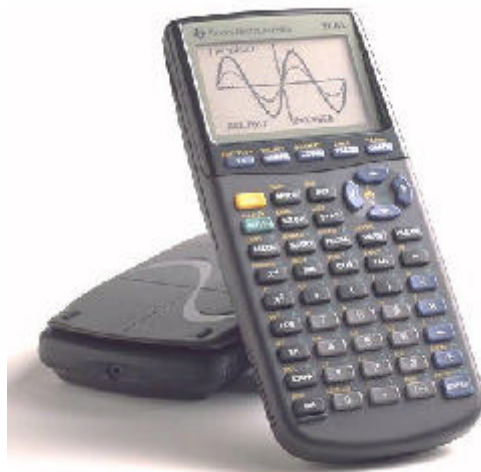


# NÚMEROS CON CALCULADORA GRÁFICA



ÁMBITO CIENTÍFICO  
4º DIVERSIFICACIÓN

## 1. PRIORIDAD Y ORDEN EN LAS OPERACIONES

La calculadora gráfica nos permite teclear los números para que las operaciones aparezcan casi igual que en el papel, con lo que se eliminan algunos errores en la escritura de las expresiones:



De todas formas al trabajar con la calculadora, conviene siempre saber cómo hay que introducir los datos, y qué tipo de prioridad utiliza en las operaciones. Veamos algunos ejercicios.

1.1. Observa y realiza las siguientes operaciones (en primer lugar intenta aventurar el resultado mentalmente o con papel y lápiz y después con la calculadora):

- |                        |                          |
|------------------------|--------------------------|
| a) $18 \times 24 + 32$ | f) $18 \times (24 + 32)$ |
| b) $18 + 24 \times 32$ | g) $(18 + 24) \times 32$ |
| c) $18 + 24 : 32$      | h) $(18 + 24) : 32$      |
| d) $18 : 24 + 32$      | i) $18 : (24 + 32)$      |
| e) $18 : 24 \times 32$ | j) $18 \times 24 : 32$   |

¿Qué operación es prioritaria para la calculadora: la suma o el producto?.

¿Qué ocurre en los apartados e) y j)?.

¿Qué diferencia hay entre los problemas de la columna de la derecha y la columna de la izquierda?.

Interpreta los resultados y extrae conclusiones.

1.2. Las siguientes operaciones conducen, por supuesto, a resultados distintos:

- |                                 |                                   |
|---------------------------------|-----------------------------------|
| a) $(6/5 + 3/7) \times 6/8 - 5$ | d) $(6/5 + 3/7 \times 6/8) - 5$   |
| b) $6/5 + (3/7 \times 6/8) - 5$ | e) $6/5 + (3/7 \times 6/8 - 5)$   |
| c) $6/5 + 3/7 \times (6/8 - 5)$ | f) $(6/5 + 3/7) \times (6/8 - 5)$ |

¿Qué consecuencias se extraen respecto al orden en que la calculadora realiza las operaciones?.

Utiliza los resultados para practicar las teclas  $\boxed{\text{MATH}}$ , menú  $\boxed{\text{MATH}}$ , las dos primeras opciones .

1.3. ¿Cómo deben introducirse los datos para obtener una raíz cuadrada, cúbica o una raíz enésima ?.

1.4. Realiza las siguientes operaciones con la calculadora:

$$a) (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$$

$$b) \sqrt{5} + (\sqrt{5} + \sqrt{6})^2$$

1.5. Ordena según el tamaño los siguientes números:

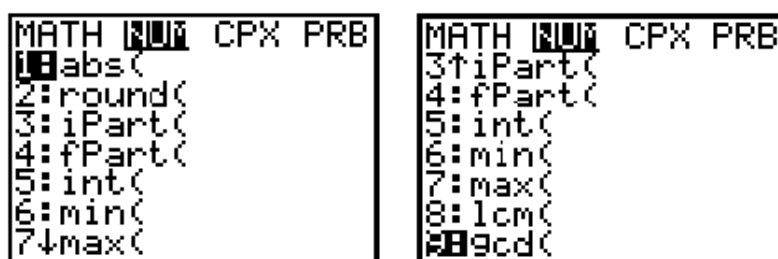
$$(2^2)^2, (22)^2, (2)^{22}, (2)^{(2+2)}, -2^{22}, 2^{2 \times 2}, (-2)^{22}$$

1.6. Calcula el valor de:

$$(1/9 + 6/13)^{(3/4 - 6/5)}$$

1.7. Investigando menús.

En la tecla  $\boxed{\text{MATH}}$ , opción NUM, encontramos los siguientes menús:



Investiga para qué sirve de cada una de las opciones.

## 2. FRACCIONES, DECIMALES.

La posibilidad de pasar de fracciones a decimales, y viceversa, unido a la posibilidad de poner resultados en listas, que se pueden observar inmediatamente, así como ordenarlas, facilita bastante el trabajo con fracciones y decimales. Veamos algún ejemplo de problemas para la utilización de la calculadora gráfica. Por otra parte el menú TEST permite que podamos hacer conjeturas, para posteriormente comprobar los resultados.

2.1. Algoritmo de cálculo de fracciones con la calculadora

a) Realiza con la calculadora el siguiente cálculo

$$2 + \frac{1}{3} \left( \frac{5}{7} + \frac{1}{3} \right) + \frac{11}{36}$$

¿Podrías realizar el cálculo anterior sin utilizar paréntesis?

El resultado la calculadora lo presenta en forma decimal. Utiliza la tecla  $\boxed{\text{MATH}}$   $\boxed{1}$   $\boxed{\text{ENTER}}$ , para pasarlo a fracción.

b) Calcula con el método de mínimo común múltiplo la siguiente operación con fracciones. Después calcula el resultado con la calculadora. Obtén el resultado en

$$\left( 2 - \frac{34}{14} \right) - \left( \frac{2}{6} + \frac{2}{7} \right) - \left( -2 + \frac{3}{4} \right)^2$$

forma de fracción y en forma decimal.

**2.2. Decimal exacto o periódico**

¿Qué fracciones dan lugar a decimal exacto o periódico?

Analiza el resultado decimal de las siguientes fracciones. Clasifícalas según sea su expresión decimal.

Fracción	Forma decimal	Fracción	Forma decimal
18/40		11/12	
20/120		86/144	
45/16		14/21	
18/32		12/18	
14/10		7/3	
41/15		50/7	
134/50		14/9	
12/25		7/60	

Con los datos obtenidos podemos construir una tabla para analizar los datos.

Fracción	Decimal finito	Fracción	Decimal infinito

**2.3. Comparar fracciones**

Compara mentalmente las fracciones. Posteriormente utilizando el menú **TEST** comprueba si son ciertas las conjeturas. Puedes comprobarlo también utilizando el menú **MATH NUM 6:min ó 7:max**

- a) 1/2 es mayor que 1/3
- b) 1/6 es menor que 1/4
- c) 2/3 es lo mismo que 4/6
- d) 1/100 es menor que 1/10
- e) 1/4 es menor que 3/8
- f) 1/2 es igual que 4/8
- g) 4/4 es lo mismo que 1
- h) 2/8 es menor que 1/4
- i) 2/3 es menor que 2/4
- j) 1/4 es menor que 1/5
- k) 1/8 es mayor que 1/3

**2.4. ¿Qué signos faltan?. Primero conjetura el resultado y después compruébalo con el menú TEST de la calculadora. Utiliza para rellenar los huecos las operaciones**

+ , - , X , ÷

$3/5 \square 2/3 = -1/15$   
 $8/7 \square 9/2 = 36/7$   
 $7/4 \square 2/5 = 7/10$

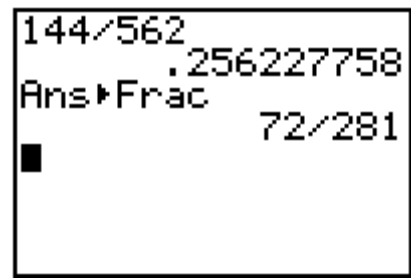
$3/2 \square 5/3 = 9/10$   
 $4/5 \square 1/2 = 13/10$   
 $2/5 \square 7/2 = -31/10$

**2.5. Simplificar fracciones y obtener divisores.**

Hay un truco para simplificar fracciones con la calculadora gráfica, consiste en utilizar la tecla **MATH**, menú **Frac**. Basta con pasar la fracción a decimal y posteriormente pedirle a la máquina que te devuelva de nuevo la forma decimal.

Simplifica las fracciones siguientes:

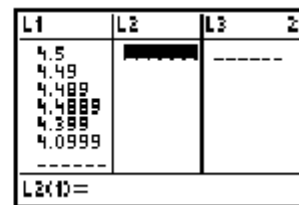
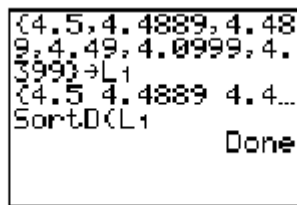
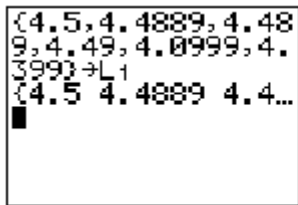
12/18; 45/90; 124/60; 360/120; 35/39



**2.6. Ordena de mayor a menor los siguientes números:**

4.5 , 4.4889 , 4.489 , 4.49 , 4.0999 , 4.399

Primero escribe el resultado y posteriormente comprueba con la calculadora si es correcto, utilizando el menú **STAT EDIT**, 2:SortA ( ó 3:Sort D (



### 3. NÚMEROS ENTEROS

La calculadora gráfica puede tener un papel importante a la hora de la comprensión de los algoritmos, dado que el soporte gráfico permite observar las operaciones y sus resultados de manera instantánea, observando lo que se ha introducido en la calculadora con total exactitud. La utilización de la tecla  $\boxed{2nd} \boxed{MATH}$ , menú TEST, con la posibilidad de evaluar cuándo es correcto el resultado, favorece la comprensión de las operaciones.

Veamos en cada caso algún ejemplo de al utilización de la calculadora gráfica.

**3.1.** Completa las siguientes desigualdades colocando en el espacio \_\_\_\_ el símbolo  $<$  o  $>$  que corresponda.

$$8 + 4 \times (-3) \text{ ____ } - 10$$

$$- 5 + (-6) - (-3) \text{ ____ } - 10$$

$$- 3 \times (-5) - (-2) \times (-1) \text{ ____ } 14$$

Primero conjetura y después comprueba con el menú TEST de la calculadora si son ciertas o falsas tus conjeturas.

**3.2.** Encuentra los valores que debes colocar en los huecos para que la operación sea correcta. Utiliza el menú TEST para comprobar si las soluciones son correctas.

a)

$$(-3) + \text{ ____ } = -1$$

$$8 - \text{ ____ } = -1$$

b)

$$3 + \text{ ____ } - 5 = 2$$

$$9 - \text{ ____ } + 5 = -3$$

$$4 + \text{ ____ } = -2$$

$$5 - \text{ ____ } = -1$$

$$8 - \text{ ____ } - 3 = -1$$

$$1 + \text{ ____ } - 4 = 10$$

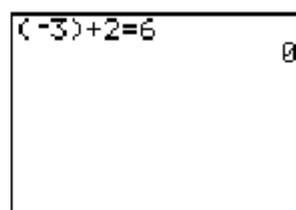
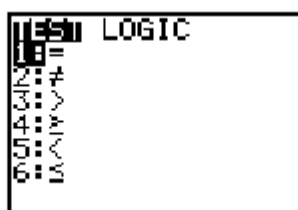
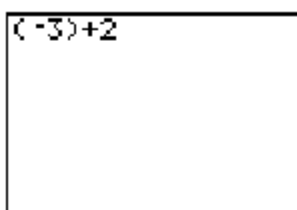
$$5 + \text{ ____ } = -3$$

$$(-5) + \text{ ____ } = 6$$

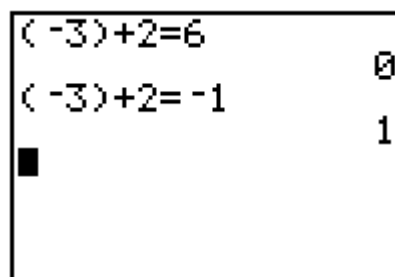
$$4 - 6 + \text{ ____ } = -1$$

$$-6 + \text{ ____ } - 4 = 7$$

Veamos con algunas pantallas cómo funciona el menú TEST. Trabajando desde la pantalla principal, escribimos la operación que queremos evaluar, y para colocar la tecla = en la pantalla, pulsaremos la tecla  $\boxed{2nd} \boxed{MATH}$  para entrar en el menú TEST, en este pulsaremos 1, para posteriormente escribir el resultado de la operación:



La calculadora devuelve un 1 si la operación es correcta, y un 0 si es falsa.



**3.3.** Realiza las operaciones con lápiz y papel, después comprueba el resultado con la calculadora. Si no coincide el resultado, realiza con la calculadora cada una de las operaciones parciales que hayas realizado.

$$7 - (-3) + (-8) =$$

$$(-5) - (-2) + (-3) =$$

$$-3 \times (-5 + 8) + (-4) \times (2 - 3) =$$

$$6 + (-2) - (+4) =$$

$$(-4) - (-9) + (-1) =$$

**3.4.** Propiedades de la suma de enteros

**Propiedad conmutativa:**

Analiza las siguientes operaciones y extrae conclusiones:

$$a) (-2) + (-3) =$$

$$c) (-2) + 3 =$$

$$e) (-6) + 4 =$$

$$g) (-2) + (-8) =$$

$$b) (-3) + (-2) =$$

$$d) 3 + (-2) =$$

$$f) 4 + (-6) =$$

$$h) (-8) + (-2) =$$

**Propiedad asociativa:**

Analiza las siguientes operaciones y extrae conclusiones:

$$a) ((-3) + 5) + (-2) =$$

$$c) ((-4) + 7) + (-3) =$$

$$e) ((-5) + 6) + (-1) =$$

$$b) (-3) + (5 + (-2)) =$$

$$d) (-4) + (7 + (-3)) =$$

$$f) (-5) + (6 + (-1)) =$$

**Elemento neutro**

Buscar si existe en cada caso un valor que al ponerlo en el hueco haga cierta la igualdad:

$$a) (-8) + ( \quad ) = (-8)$$

$$c) (-5) + ( \quad ) = (-5)$$

$$e) (-7) + ( \quad ) = (-7)$$

$$b) ( \quad ) + (-8) = (-8)$$

$$d) ( \quad ) + (-5) = (-5)$$

$$f) ( \quad ) + (-7) = (-7)$$

Se puede generalizar este resultado

**Elemento opuesto**

Buscar si existe en cada caso un valor que al ponerlo en el hueco haga cierta la igualdad:

$$a) (-67) + \quad = 0$$

$$c) (-14) + \quad = 0$$

$$b) (24) + \quad = 0$$

$$d) (17) + \quad = 0$$

¿Es generalizable el resultado?.

**3.5.** Estudia las propiedades de 3.4 para la resta, producto y división de enteros.

**3.6.** El producto de dos números es - 20

¿Qué se puede decir de esos números?

¿Qué número multiplicado por si mismo es igual a 9?

¿Qué número elevado al cuadrado es igual a 36?. ¿Y si fuese -36?

¿Hay respuesta? ¿Es única la respuesta?

**3.7.** Rellena los huecos en las siguientes operaciones, después comprueba el resultado con la calculadora:

$$(3) \cdot ( \quad ) \cdot (4) =$$

$$-27 (8) \cdot ( \quad ) - (5) =$$

$$-9(-8) \cdot ( \quad ) + (-1) \cdot ( \quad ) =$$

$$60 (-3) - ( \quad ) \cdot (-6) =$$

$$-13(4) \cdot ( \quad ) - (5) =$$

$$12 (-2) \cdot ( \quad ) \cdot ( \quad ) \cdot (-2) = 16$$

## 4. POTENCIAS Y RADICALES

### 4.1. Cálculo de raíces por aproximación

Calcular por aproximación, sin utilizar la tecla de la raíz, la  $\sqrt{864}$ , o sea buscar un valor  $a$  de tal forma que  $a^2 = 864$

Estudia el mismo problema para  $\sqrt[3]{364}$  y  $\sqrt[4]{365}$ .

### 4.2. Cálculo de las raíces con la calculadora

Estudiar la utilización de la tecla  $\sqrt{\quad}$  que aparece directamente en el teclado.

Estudia la tecla  $\sqrt[3]{\quad}$  y  $\sqrt[x]{\quad}$  que aparecen en el menú MATH.

### 4.3. Cálculo de potencias con la calculadora

La calculadora posee dos teclas de utilización directa para calcular la  $x^2$  y  $x^{-1}$ .

Para el resto de las potencias hay una tecla específica, la tecla  $Z$ . Investiga la utilización de esta tecla.

### 4.4. Estudio de las propiedades de las potencias utilizando la calculadora.

Encuentra una potencia del número de la base que trabajamos en cada caso, para que colocándola en el hueco haga cierta la igualdad. Cuando creas tener el resultado, evalúa con el menú TEST si es cierta la igualdad

$$4^3 \times \underline{\quad} = 4^6$$

$$\underline{\quad} \times 6^7 = 6^5$$

$$7^8 \times \underline{\quad} = 7^2$$

$$5^4 \times 5^2 = \underline{\quad}$$

$$3^6 \times \underline{\quad} = 3^8$$

$$6^2 \times 6^4 = \underline{\quad}$$

$$2^2 \times \underline{\quad} = 2^4$$

$$\underline{\quad} \times 3^4 = 3^2$$

¿Qué conclusiones obtienes?

Haz el mismo problema cambiando la multiplicación por la división. Obtén conclusiones.

¿Serían generalizables las propiedades anteriores si cambiamos la multiplicación por la suma o la resta?

4.5. Investigar qué valor hay que poner en cada  $\square$  para que la igualdad sea cierta:

a)  $3^4 \cdot 3^5 = 3^{\square}$

b)  $6^4 \cdot 6^{\square} = 6^5$

c)  $5^{\square} \cdot 5^2 = 5^6$

d)  $(1/2)^4 \cdot (1/2)^5 = (1/2)^{\square}$

e)  $(1/5)^{\square} \cdot (1/5)^3 = (1/5)^6$

f)  $(6/5)^6 \cdot (6/5)^4 = (6/5)^{\square}$

g)  $(2/5)^{\square} \cdot (2/5)^{4/3} = (2/5)^{6/5}$

Generalizar los resultados y redactar conclusiones.

4.6. Busca el valor que debes colocar en el hueco para que se cumpla la igualdad. Primero conjetura el valor y posteriormente comprueba tu conjetura con el menú TEST. Plantea otros problemas parecidos y extrae conclusiones.

$2^6 \times (\quad)^6 = (2 \times 3)^6$

$(\quad)^3 \times 3^3 = (4 \times 3)^3$

$2^6 \times 3^6 = (2 \times \quad)^6$

$(\quad)^6 \times 2^6 = (3 \times 2)^6$

$(\quad)^5 \times 6^5 = (2 \times 5)^5$

$3^4 \times (\quad)^4 = (3 \times 6)^4$

$4^3 \times 5^3 = (4 \times \quad)^3$

$8^2 \times (\quad)^2 = (8 \times 3)^2$

4.7. Se puede realizar un estudio parecido para el resto de las propiedades de las potencias y los radicales. La calculadora permite conjeturar, equivocarse y llegar a conclusiones sobre las propiedades de potencias y radicales.

Ejemplo:

Busca el valor que hay que poner en cada caso dentro de la raíz para que se haga cierta la igualdad:

$$\sqrt[3]{7} \sqrt[3]{\quad} = \sqrt[3]{21}$$

$$\sqrt[4]{\quad} \sqrt[4]{8,2} = \sqrt[4]{59,86}$$

$$\sqrt[5]{\quad} \sqrt[5]{3} = \sqrt[5]{6}$$

$$\sqrt[6]{7} \sqrt[6]{\quad} = \sqrt[6]{51,1}$$

4.8. Investiga qué valor hay que poner en cada O para que la igualdad sea cierta:

$$\sqrt[3]{5} \sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{42}$$

$$\sqrt[5]{4} \sqrt[5]{8} = \sqrt[5]{32}$$

$$\sqrt[9]{3} \sqrt[9]{7} = \sqrt[9]{21}$$

$$\sqrt[8]{6} \sqrt[8]{5} = \sqrt[8]{30}$$

$$\sqrt[10]{10} \sqrt[10]{8} = \sqrt[10]{80}$$

$$\sqrt[20]{20} \sqrt[20]{6} = \sqrt[20]{120}$$

$$\sqrt[8]{8} \sqrt[8]{6} = \sqrt[8]{48}$$

$$\sqrt[3]{10} \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{40}$$

¿Puedes encontrar una fórmula que generalice los resultados anteriores?

¿Podrías encontrar una fórmula similar para la suma?

## 5. NÚMEROS GRANDES Y NÚMEROS PEQUEÑOS. NOTACIÓN CIENTÍFICA.

Si pulsamos la tecla **MODE** y ponemos la opción Sci, la calculadora trabajará a partir de ese momento siempre en notación científica, lo cual favorece por una parte la comprensión de la notación científica, y por otra la resolución de problemas clásicos donde ésta se hace indispensable.

### 5.1. ¿Qué función tiene la opción Sci?.

- 1.- Pon la máquina en la opción MODE Sci.
- 2.- Escribe los números y operaciones que se indican, pulsando posteriormente la tecla ENTER.
- 3.- Analizar lo que hace la calculadora.

Número/operación	Resultado	Número/operación	Resultado
100		2854	
1000		27462	
10000		0.04	
1/100		-0.0074	
1/1000		$10^5$	
1/10000		$10^{-6}$	
200		126284	
3000		654321	
50000		0.123456785	
1/200		0.5364	
1/3000		5342618289393933	
12x6489		$1/10^6$	
12345.6785		24x10000	
3.45		2345x100000	
$1/10^6$		100x1000000	
1/50000		2.63747439	

La ventaja en los ejercicios siguientes de la calculadora gráfica, es que se puede primero conjeturar el resultado, y luego comprobar si lo que ha pensado es correcto, introduciendo los datos en la calculadora.

### 5.2. El volumen de la tierra es de $1.080.760.000.000.000.000.000 \text{ m}^3$

Pasar este número a notación científica, comprobar con la calculadora si vuestra conjetura es correcta.

- 5.3.** La masa de un electrón es de 0,000.000.000.000.000.000.000.00.000.911g. Expresa este número en notación científica, comprueba posteriormente el resultado con la calculadora.
- 5.4.** El diámetro de un átomo de hidrógeno es 0.0000000002 m ¿Cuántos átomos de hidrógeno habría que colocar uno al lado del otro para formar una fila de 2 Km?
- 5.5.** Los gastos mundiales de armamento han sido en 1990 de 875000 millones de dólares. Suponiendo que un dólar es 128 pts.
- ¿Cuánto dinero se ha gastado por minuto?
  - ¿Qué cantidad anual, en pesetas, representa por cada uno de los cinco mil millones de seres humanos?