

PREGUNTA 3 A

Se quiere estimar la media de la nómina mensual que reciben los directivos de las compañías multinacionales que operan en Europa.

- a) Si la varianza de la nómina en la población es de 1000 €². ¿Cuál es la varianza de la media muestral cuando el tamaño de la muestra es de 100?
- b) Si en las condiciones del apartado anterior, la media muestral es de 4008 €. ¿Se rechazaría, con un nivel de confianza del 0,95, la hipótesis de que la nómina media es de 4000 €?

Solución:

a) La media de las muestras de tamaño n obtenidas en una población de media μ y desviación típica σ , $N(\mu, \sigma)$, se distribuye según una normal $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$. Por tanto, su

$$\text{varianza será } \left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

En nuestro caso, como $\sigma^2 = 1000$ y $n = 100$, la varianza muestral valdrá $\frac{1000}{100} = 10$.

b) Hay que hacer un contraste de hipótesis para la media.

Haremos un contraste bilateral

Hipótesis nula, $H_0: \mu = \bar{x} = 4000$

Hipótesis alternativa, $H_1: \mu \neq \bar{x} \neq 4000$

Se rechaza la hipótesis nula si $|\bar{x} - \mu| > Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, siendo σ la desviación típica poblacional y $Z_{\alpha/2}$ el valor correspondiente en la tabla normal para una significación α .

En nuestro caso:

$$|\bar{x} - \mu| = |4008 - 4000| = 8, \text{ mientras que } Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \cdot \frac{\sqrt{1000}}{\sqrt{100}} = 6,2$$

Como $8 > 6,2$, hay que rechazar la hipótesis nula. En consecuencia, se admite la hipótesis alternativa: la nómina media es de 4008 €

NOTA: El problema podría exigir hacer un contraste unilateral, de una sola cola. En este caso se tendría:

Hipótesis nula, $H_0: \mu \geq \bar{x}$

Hipótesis alternativa, $H_1: \mu < \bar{x}$

Se admite que la media poblacional ha aumentado, para una significación α , cuando

$$|\bar{x} - \mu| > Z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

siendo Z_α el valor correspondiente a una confianza de $1 - \alpha$.

En nuestro caso, para una confianza del 0,95, $Z_\alpha = 1,645$. Luego:

$$Z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,645 \cdot \frac{\sqrt{1000}}{10} = 5,20$$

El rechazo se hace más evidente. Debemos admitir que la nómina media es superior a 4000 euros.