

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN

Cada pregunta de la 1 a 3 se puntuará sobre un máximo de 3 puntos. La pregunta 4 se puntuará sobre un máximo de 1 punto. La calificación final se obtiene sumando las puntuaciones de las cuatro preguntas.

Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos efectuados por el alumno/a.

OPTATIVIDAD: EL ALUMNO DEBERÁ ESCOGER UNO DE LOS DOS BLOQUES Y DESARROLLAR LAS PREGUNTAS DEL MISMO.

BLOQUE A

Pregunta 1

Un empresario puede utilizar dos locales para almacenar trigo. En uno de ellos (almacén A) se sabe que la cantidad almacenada tiene una merma a lo largo del año de 0,002 por kilogramo y en el otro (almacén B) la merma es de 0,001 por kilogramo. El coste de mantener el producto durante un año en el almacén A es de 0,01 euros por kilogramo y en el B, de 0,03 euros por kilogramo; este coste se calcula sobre la cantidad almacenada al principio (sin merma). Para el año 2001, el empresario quiere almacenar, al menos, 100 toneladas, pero quiere que la merma producida no supere los 200 kilogramos y que el coste total de almacenamiento sea menor de 1500 euros. ¿Qué cantidad ha de almacenar en cada local para tener la mayor cantidad de trigo posible?

Pregunta 2

Dada la función $f(x) = (x-1)(x+1)(x-3)$:

- Calcula una primitiva de $f(x)$.
- Justifica que $F(x) = x^4 + 2x - 4$ no es primitiva de $f(x)$.
- Halla el área limitada por la función $f(x)$, el eje OX y las rectas $x = 0$ y $x = 2$.

Pregunta 3

Tres máquinas, A, B y C, producen el 50%, el 30% y el 20%, respectivamente, del total de los objetos de una fábrica. Los porcentajes de producción defectuosa de estas máquinas son, respectivamente, el 3%, el 4% y el 5%.

- Si se selecciona un objeto al azar, ¿qué probabilidad tiene de salir defectuoso?
- Suponiendo que es defectuosos, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado por la máquina A?

Pregunta 4

En el experimento de tirar sucesivamente tres monedas, sea el suceso A sacar más caras que cruces, y el suceso B, sacar una o dos cruces. Halla todos los casos que integran el suceso $A \cap B$.

SOLUCIONES:

BLOQUE A

Pregunta 1

Si almacena x kilos en A e y en B, se tendrán las siguientes restricciones:

$$x + y \geq 100.000, \quad 0,002x + 0,001y \leq 200 \quad 0,01x + 0,03y \leq 1.500$$

El objetivo es maximizar $f(x, y) = x + y - (0,002x + 0,001y) = 0,998x + 0,999y$

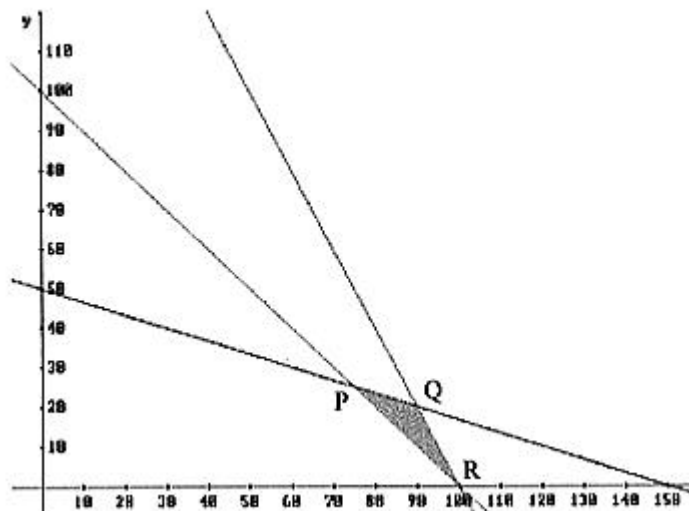
Esto es:

Maximizar $f(x, y) = 0,998x + 0,999y$

Restringido por:

$$\begin{aligned} x + y &\geq 100.000 \\ 2x + y &\leq 200.000 \\ x + 3y &\leq 150.000 \end{aligned}$$

Estas restricciones generan la región factible (sombreada) en la siguiente figura, donde la unidad de referencia es la tonelada.



Los vértices son:

$$P = (75.000, 25.000), \quad Q = (90.000, 20.000), \quad R = (100.000, 0)$$

El valor de la función objetivo en esos vértices es, respectivamente:

$$f(P) = 99.825, \quad f(Q) = 109.800, \quad f(R) = 98.000$$

La mayor cantidad de trigo, 109.800 kg, se obtiene almacenando 110.000 kg: 90.000 kg en el almacén A; 20.000 kg en B.

Pregunta 2

a) $f(x) = (x-1)(x+1)(x-3) = x^3 - 3x^2 - x + 3$

$$\int f(x)dx = \int (x^3 - 3x^2 - x + 3)dx = \frac{x^4}{4} - x^3 - 2x + 3x$$

b) $F(x) = x^4 + 2x - 4 \Rightarrow F'(x) = 4x^3 + 2 \neq f(x)$

c) La gráfica de la función corta al eje OX en los puntos $x = -1, x = 1, x = 3$.

En el intervalo $(-1, 1)$ la función es positiva; en el intervalo $(1, 3)$, es negativa. En consecuencia, el área pedida es:

$$A = \int_0^1 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx = \left(\frac{x^4}{4} - x^3 - 2x + 3x \right)_0^1 - \left(\frac{x^4}{4} - x^3 - 2x + 3x \right)_1^2 = \frac{7}{2}$$

Pregunta 3

Con los datos dados se puede formar la siguiente tabla:

	A	B	C	Total (%)
Producción	50	30	20	100
Defectuosos (D)	$50 \cdot 0,03 = 1,5$	$30 \cdot 0,04 = 1,2$	$20 \cdot 0,05 = 1$	3,7

a) $P(D) = 0,037$

b) $P(A/D) = \frac{1,5}{3,7} = \frac{15}{37}$

Pregunta 4

$$A = \{CCC, CCX, CXC, XCC\}$$

$$B = \{XCC, CXC, CCX, XXC, XCX, CXX\}$$

Luego

$$A \cup B = \{CCC, XCC, CXC, CCX, XXC, XCX, CXX\}$$